

# ELEMENTE DER MATHEMATIK

Arbeitsheft 7 · Arbeitsheft 8

Lösungen zum Arbeitsheft 7



ISBN: 978-3-507-87072-7

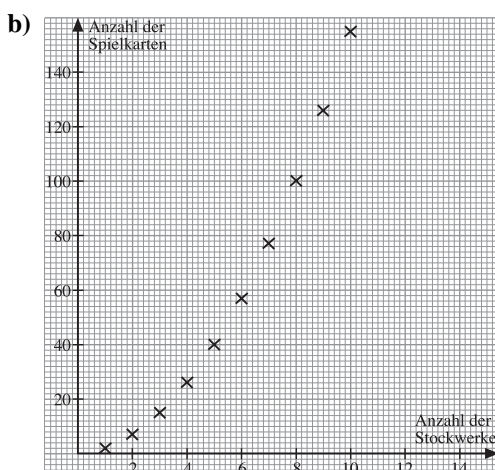
# 1. Zuordnungen – Dreisatz

## Experimente

### 2

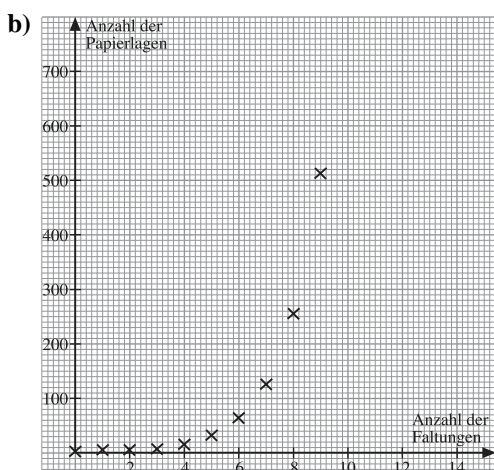
1. Druckfehler in der 1. Auflage in c): Der Auftrag zur Zuordnungsvorschrift entfällt.

a)	Stockwerke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Anzahl der Spielkarten	2	7	15	26	40	57	77	100	126	155



c) Verlaufsbeschreibung:  
Der Graph steigt und wird dabei immer steiler.

2. a)	Anzahl der Faltungen	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Anzahl der Papierlagen	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512



c) Verlaufsbeschreibung:  
Der Graph steigt und wird dabei immer steiler.  
Die Anzahl der Papierlagen verdoppelt sich bei jeder Faltung, d. h. man multipliziert die Anzahl davor jeweils mit 2:  
Zuordnungsvorschrift:  $y = 2^n$   
(für alle natürlichen Zahlen n)

### 3

3. a) -

b) -

c) -

d) Durch die unterschiedliche Dicke der Bücher liegt der Graph nicht unbedingt auf einem Graphen. Beim Würfelzucker (jeweils gleiche Höhe) kann man durch die Punkte einen Graphen zeichnen, der immer steiler wird.

4. a) -

b) Man kann davon ausgehen, dass die auf der beklebten Seite liegende Augenzahl am häufigsten auftritt.

c) -

d) Die Erwartung wird nicht immer bestätigt werden.

e) -



- 6 3. Diagramm 1: Michel zieht gleichmäßig in einem Zug bis Ida oben ist.  
 Diagramm 2: Michel zieht langsam, dann macht er eine Pause und hält Ida auf einer Höhe, anschließend zieht er sie schneller den Rest bis nach oben.  
 Diagramm 3: Michel zieht und erhöht sein Zugtempo dabei durchgängig.

### Anwendungen

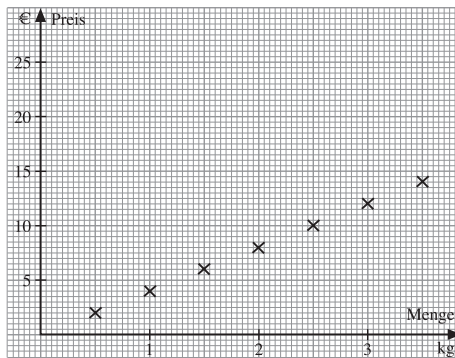
7

1. 

Menge (in kg)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Preis (in €)	2	4	6	8	10	12	14

Der Graph besteht aus einzelnen Punkten, da man nur ganze Schalen kaufen kann.

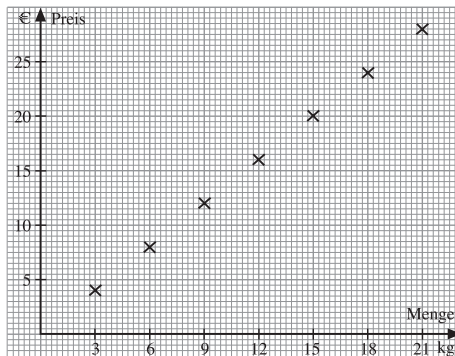
$$y = 4x$$



Menge (in kg)	3	6	9	12	15	18	21
Preis (in €)	4	8	12	16	20	24	28

Der Graph besteht aus einzelnen Punkten, da man nur ganze Körbe kaufen kann.

$$y = \frac{4}{3}x$$



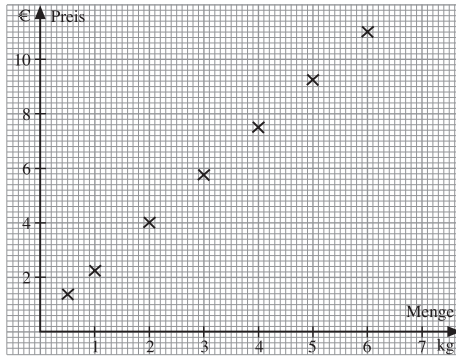
Menge (in kg)	0,5	1	2	3	4	5	6
Preis (in €)	1,38	2,25	4	5,75	7,5	9,25	11

Der Graph ist eine Halbgerade, die auf der Hochachse bei 0,5 beginnt.

$$y = 1,75x + 0,5$$

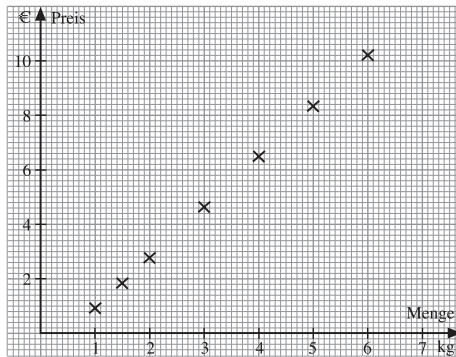
7

1.



Menge (in kg)	1	1,5	2	3	4	5	6
Preis (in €)	0,93	1,85	2,78	4,63	6,48	8,33	10,18

Der Graph ist eine Halbgerade, die auf der Hochachse bei 0,925 beginnt.  
 $y = 1,85x - 0,93$



8

2. a) Sie könnte die Wasserverdrängung mithilfe eines Messbechers ermittelt haben.  
 b) Nein.  
 c) -

3. Es besteht die Möglichkeit, dass es einen Grundpreis gibt, der unabhängig von der Anzahl der Personen gezahlt werden muss.

### Vermischte Übungen

9

1. a)

1. Größe	2. Größe
1	3
4	12
1,5	4,5
12	36
33	99
51	153

$y = 3x$

d)

1. Größe	2. Größe
$\frac{1}{3}$	2
$\frac{2}{5}$	2,4
0,3	1,8
40	240
1,6	9,6
0,6	3,6

$y = 6x$

b)

1. Größe	2. Größe
0,1	2
0,8	16
11	220
8	160
1	20
2,5	50

$y = 20x$

e)

1. Größe	2. Größe
3	360
5	600
0,3	36
20	2400
$\frac{1}{5}$	24
15	1800

$y = 120x$

c)

1. Größe	2. Größe
0,2	$\frac{1}{5}$
0,9	0,9
0,3	0,3
40	40
4,8	4,8
0,6	0,6

$y = x$

9

2. a)

1. Größe	2. Größe
1	4
2	2
$\frac{1}{4}$	16
10	0,4
8	$\frac{1}{2}$
4	1

$$y = \frac{4}{x}$$

b)

1. Größe	2. Größe
$\frac{1}{2}$	2
4	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$	8
2,5	0,4
10	0,1
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$

$$y = \frac{1}{x}$$

c)

1. Größe	2. Größe
4	10
0,2	200
5	8
20	2
1	40
0,1	400

$$y = \frac{40}{x}$$

d)

1. Größe	2. Größe
2	18
100	0,36
0,9	40
12	3
20	1,8
360	0,1

$$y = \frac{36}{x}$$

e)

1. Größe	2. Größe
10	1
0,1	100
$\frac{5}{3}$	6
2	5
20	0,5
60	$\frac{1}{6}$

$$y = \frac{10}{x}$$

3. (1) a (2) k (3) p (4) p (5) k (6) k (7) a (8) k (9) p (10) k

10

4. a)

Proportionalität	keine Proportionalität
Pro Übernachtung wird ein Preis berechnet, der sich nicht ändert.	Ab drei Übernachtungen erhält man Rabatt.
Es wird in einem gleichmäßigen Tempo gewandert.	Das Wandertempo schwankt.
Es wird minutengenau abgerechnet.	Man zahlt z. B. je angefangene Stunde.
Eine Telefoneinheit hat einen festen Preis.	Je nach Uhrzeit schwankt der Preis pro Telefoneinheit.

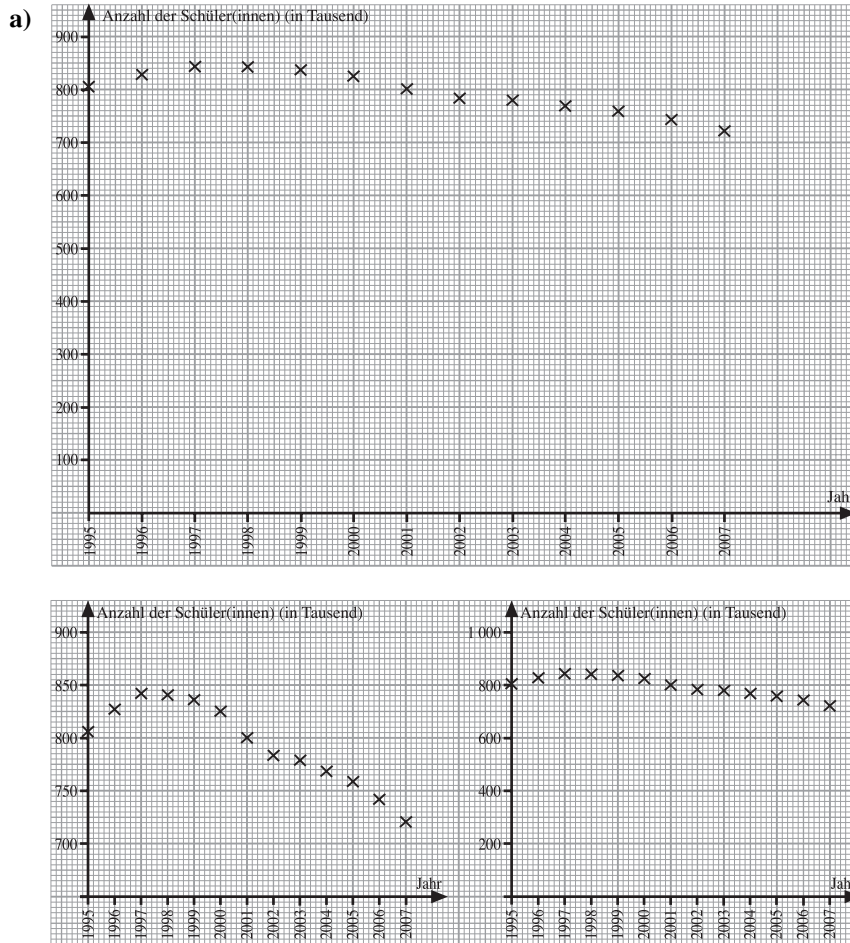
b) -

5.

proportional	antiproportional	weder proportionale noch antiproportionale Zuordnung
$y = 3,2 \cdot x$	$y = \frac{1}{x}$	Bilde das Dreifache der Zahl und addiere 2.
Jeder Zahl wird das 3,2-fache zugeordnet.	Jeder Zahl wird ihr Kehrwert zugeordnet.	
Der Graph ist eine Halbgerade vom Ursprung aus.	Der Graph ist eine Hyperbel.	

**Thema: Graphen bei verschiedenen Skalierungen**

11



b) Eine Änderung der Skala ändert die Wahrnehmung von Unterschieden zwischen den Werten.

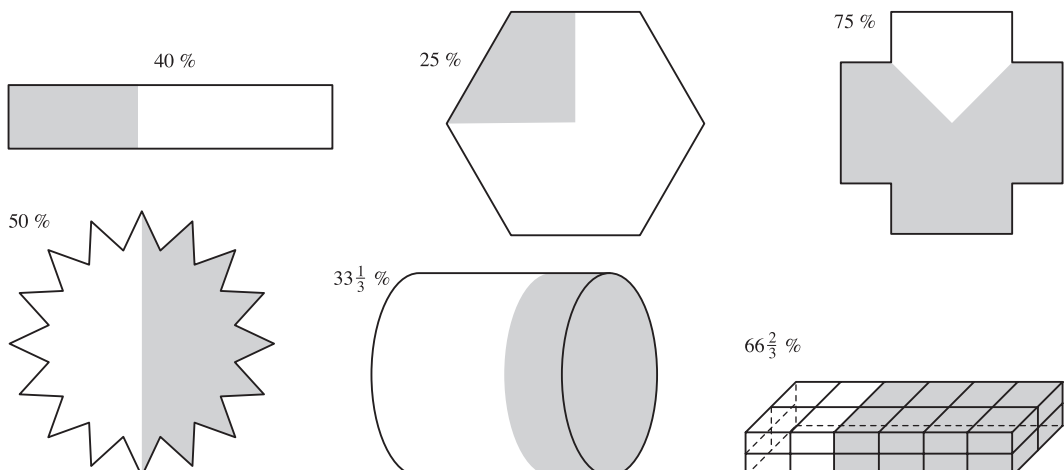
**2. Prozent- und Zinsrechnung**

**Prozentbegriff**

12

1. a) 50 %      b) 50 %      c) 37,5 %      d) 66,7 %      e) 50 %      f) 75 %  
 g) 50 %      h) 60 %      i) 37,5 %      j) 33,3 %      k) 25 %      l) 37,5 %

2.

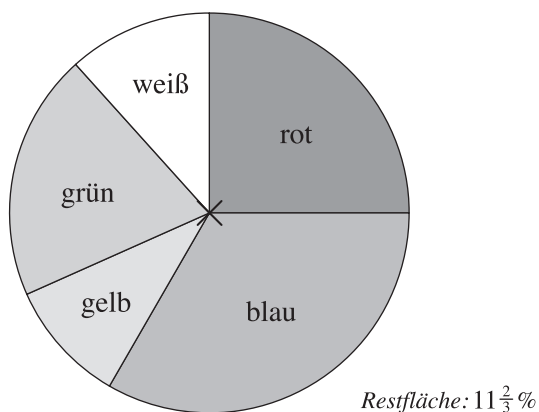


12

3. Verschiedene Lösungen möglich; 10 % bleibt weiß.

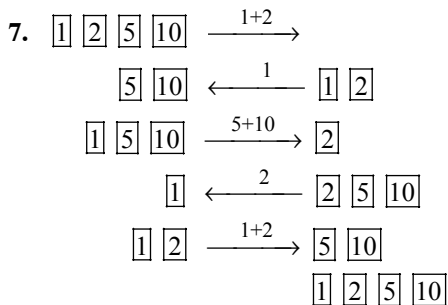
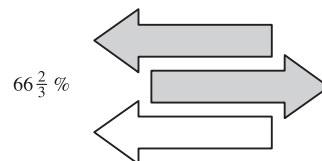
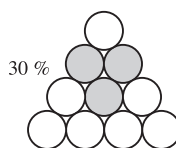
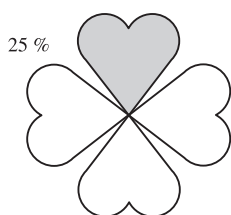
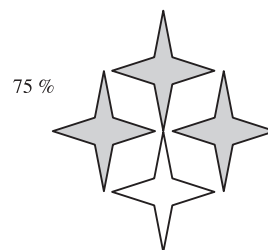
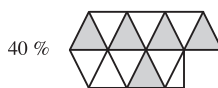
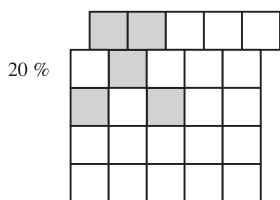
13

4.



5. Verschiedene Lösungen möglich.

6.



**Berechnungen**

14

1.

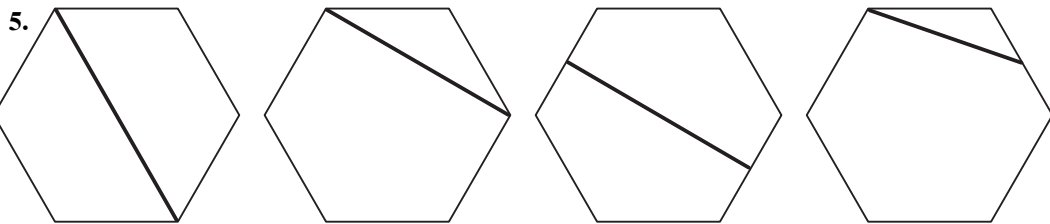
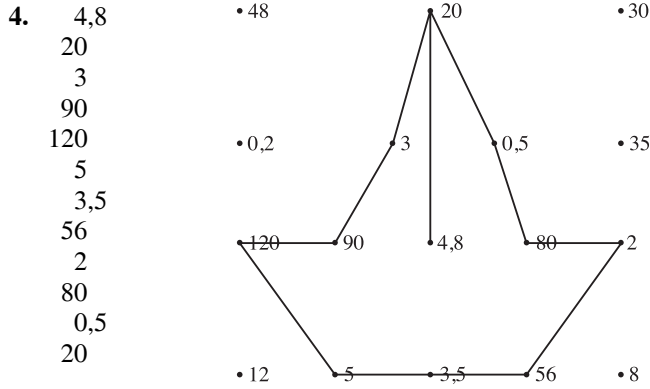
	100	250	600	10
10 von	10	4	$1\frac{2}{3}$	100
25 von	25	10	$4\frac{1}{6}$	250
40 von	40	16	$6\frac{2}{3}$	400
50 von	50	20	$8\frac{1}{3}$	500

2.

$\frac{1}{8}$	20 %	$\frac{200}{1000}$	$\frac{125}{1000}$
5 %	$\frac{24}{48}$	50 %	$\frac{5}{100}$
$\frac{8}{40}$	$\frac{1}{20}$	0,05	$\frac{1}{5}$
0,5	12,5 %	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{2}$

3. 2500    625    250    200    125    100    50     $33\frac{1}{3}$     12,5

14



15

6. Abiturprüfung: 96,5 %  
 Päckchenversand: 104,9 %  
 Nord-Ostsee-Kanal: 95 817 300 t  
 Gäste in Las Vegas: 5,4 %  
 Bodensee: 571 km; 6,1 % verkleinert  
 Einwohnerzahl: 0,1 %; 8,31 Mio.

7. -

8. Paul: 24 Möglichkeiten  
 Anna: 6 Möglichkeiten
- |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| PAUL | APUL | UPAL | LPAU | ANNA |
| PALU | APLU | UPLA | LPUA | ANAN |
| PUAL | AUPL | UAPL | LAPU | AANN |
| PULA | AULP | UALP | LAUP | NAAN |
| PLAU | ALPU | ULPA | LUPA | NANA |
| PLUA | ALUP | ULAP | LUAP | NNAA |

**Prozente bei Lebensmitteln**

16

1. Becher Jogurt: 5,25 g; Viererpack Jogurt: 21 g
2. Packung Orangensaftgetränk: 24 ml; 10 Packs: 240 ml
3. a) Mindestens 30 %, höchstens 40 %      b) Mindestens 45 g, höchstens 60 g
4. a) Auf 75 %      b) Um 25 %
5. Orangensaft: 20 %; Zitronensaft: 5 %; Traubensaft: 15 %; Mineralwasser: 25 %; Pfirsichnektar: 35 %

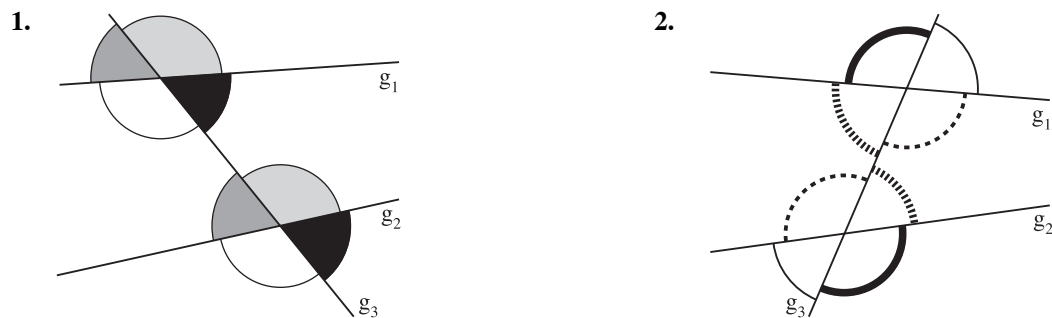


20

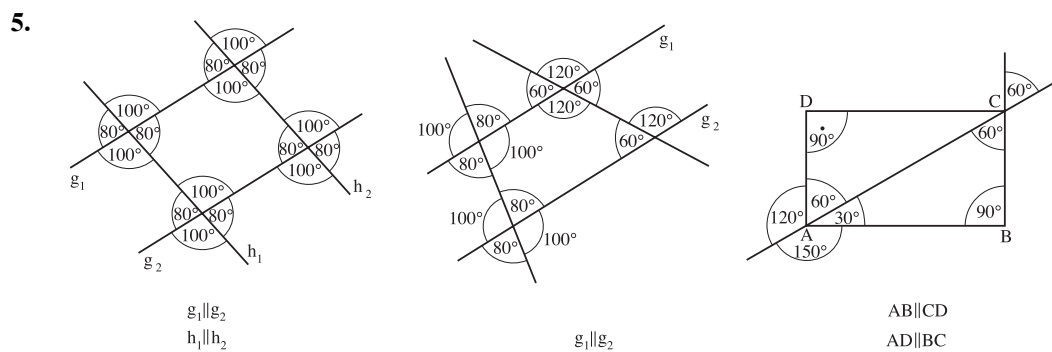
3. Scheitelwinkel:  $\alpha$  und  $\gamma$ ,  $\delta$  und  $\beta$   
Nebenwinkel:  $\alpha$  und  $\delta$ ,  $\delta$  und  $\gamma$  und  $\beta$ ,  $\beta$  und  $\alpha$
4. (1)  $\alpha = 110^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$ ,  $\gamma = 110^\circ$   
(2)  $\alpha = 135^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\gamma = 150^\circ$   
(3)  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$   
(4)  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\alpha' = \alpha'' = 135^\circ$ ,  $\beta = \beta'' = 130^\circ$ ,  $\beta' = 50^\circ$   
(5)  $\alpha = 100^\circ$ ,  $\alpha' = 80^\circ$ ,  $\beta = \beta' = 120^\circ$ ,  $\gamma = 140^\circ$ ,  $\gamma' = 40^\circ$   
(6)  $\alpha = 60^\circ$   
(7)  $\alpha = 45^\circ$   
(8)  $\alpha = 30^\circ$

**Winkel an einer doppelten Geradenkreuzung**

21



3. -
4. Stufenwinkelpaare:  $\alpha_1\beta_1$ ,  $\alpha_4\beta_4$ ,  $\alpha_1\gamma_1$ ,  $\alpha_3\gamma_3$ ,  $\beta_4\delta_4$ ,  $\beta_1\delta_1$ ,  $\gamma_3\delta_3$ , usw.  
Wechselwinkelpaare:  $\alpha_1\beta_3$ ,  $\alpha_4\beta_2$ ,  $\gamma_2\delta_4$ ,  $\gamma_3\delta_1$ , usw.



**Winkelberechnungen im Dreieck**

22

1. Die drei Winkel ergeben zusammen einen gestreckten Winkel, die Winkelsumme im Dreieck beträgt folglich  $180^\circ$ .
2. a)  $\alpha = 62^\circ$       c)  $\beta = 47^\circ$       e)  $\alpha = 60^\circ$       g)  $\beta = \gamma = 35^\circ$   
b)  $\beta = 58^\circ$       d)  $\gamma = 48^\circ$       f)  $\beta = 65^\circ, \gamma = 50^\circ$       h)  $\alpha = \beta = 70^\circ, \gamma = 110^\circ, \delta = 40^\circ$
3. a)  $\alpha = \beta = 130^\circ, \gamma = 50^\circ$       d)  $\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ, \gamma = 50^\circ$   
b)  $\alpha = 145^\circ, \beta = 180^\circ, \gamma = 50^\circ$       e)  $\alpha = 25^\circ, \beta = 135^\circ, \gamma = 65^\circ$   
c)  $\alpha = 85^\circ, \beta = 55^\circ, \gamma = 35^\circ$       f)  $\alpha = 25^\circ, \beta = 115^\circ, \gamma = 40^\circ$

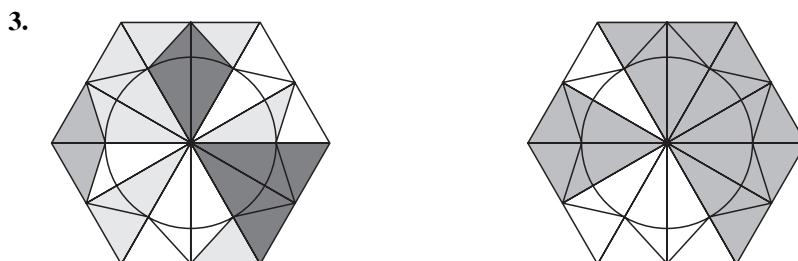
### Eigenschaften von Vierecken

23

1.	Quadrat	Rechteck	Trapez	gleichschenkliges Trapez	Parallelogramm	Rhombus	Drachenviereck	Viereck
Die Diagonalen sind gleich lang	×	×		×				
Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander	×					×	×	
Mindestens eine Diagonale ist Symmetrieachse	×					×	×	
Mindestens eine Mittellinie ist Symmetrieachse	×	×		×		×		
Alle Seiten sind gleich lang	×					×		
Mindestens ein Paar gegenüberliegender Seiten sind gleich lang	×	×		×	×	×		
Mindestens ein Paar gegenüberliegende Seiten sind parallel zueinander	×	×	×	×	×	×		
Mindestens ein Paar benachbarter Seiten sind gleich lang	×					×	×	
Alle Innenwinkel sind rechte Winkel	×	×						
Gegenüberliegende Winkel ergeben zusammen 180°	×	×		×				

2.

W	E	I	S	Y	M	M	E	T	R	I	E	M	R	K
I	I	A	M	V	I	E	R	E	C	K	P	K	C	O
N	A	N	U	S	T	F	L	A	E	C	H	E	O	N
K	T	K	K	I	T	R	L	E	K	N	I	W	N	G
E	N	C	R	E	E	S	A	B	R	E	I	T	E	R
L	E	E	T	R	L	I	R	S	R	A	U	T	E	U
S	M	T	E	K	L	H	O	D	H	U	M	R	L	E
U	A	H	W	E	I	E	A	S	O	K	F	A	A	N
M	N	C	H	T	N	K	S	L	M	I	A	P	N	T
M	R	E	F	I	I	T	F	R	B	O	N	E	O	L
E	O	R	A	E	E	A	G	A	U	I	G	Z	G	E
H	I	O	M	S	A	R	N	U	S	C	E	B	A	M
A	G	R	U	N	D	S	E	I	T	E	S	R	I	R
Z	N	I	L	Y	Q	U	A	D	R	A	T	M	E	O
P	A	R	A	L	L	E	L	O	G	R	A	M	M	N



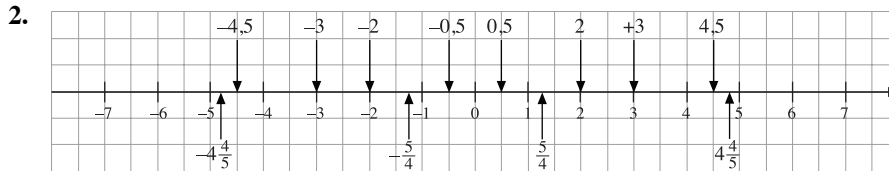


**Gegenzahl, Betrag einer Zahl – Ordnen und Vergleichen**

**27**

1.

Zahl a	-2,5	0	-4; 4	$\frac{5}{3}$	14,25	keine Lösung	$2\frac{7}{8}$	-0,03	-1,3; 1,3	-52
Gegenzahl von a	2,5	0	4; -4	$-\frac{5}{3}$	-14,25	keine Lösung	$-2\frac{7}{8}$	0,03	1,3; -1,3	52
Betrag von a	2,5	0	4	$\frac{5}{3}$	14,25	-0,8 falsch	$2\frac{7}{8}$	0,03	1,3	52



3. a) -3,5; 0,5                      b) 2,7; -2,7                      c) 0                      d) 3,5

4. -

5. a)  $-5 < -3$                        $-8 > -8,6$                        $|-3,4| = 3,4$                        $-0,2 < \frac{3}{5}$   
 $-16 < -15$                        $|2\frac{5}{6}| > -2,56$                        $0,06 > -0,6$                        $|-6,8| < 7$

b) -

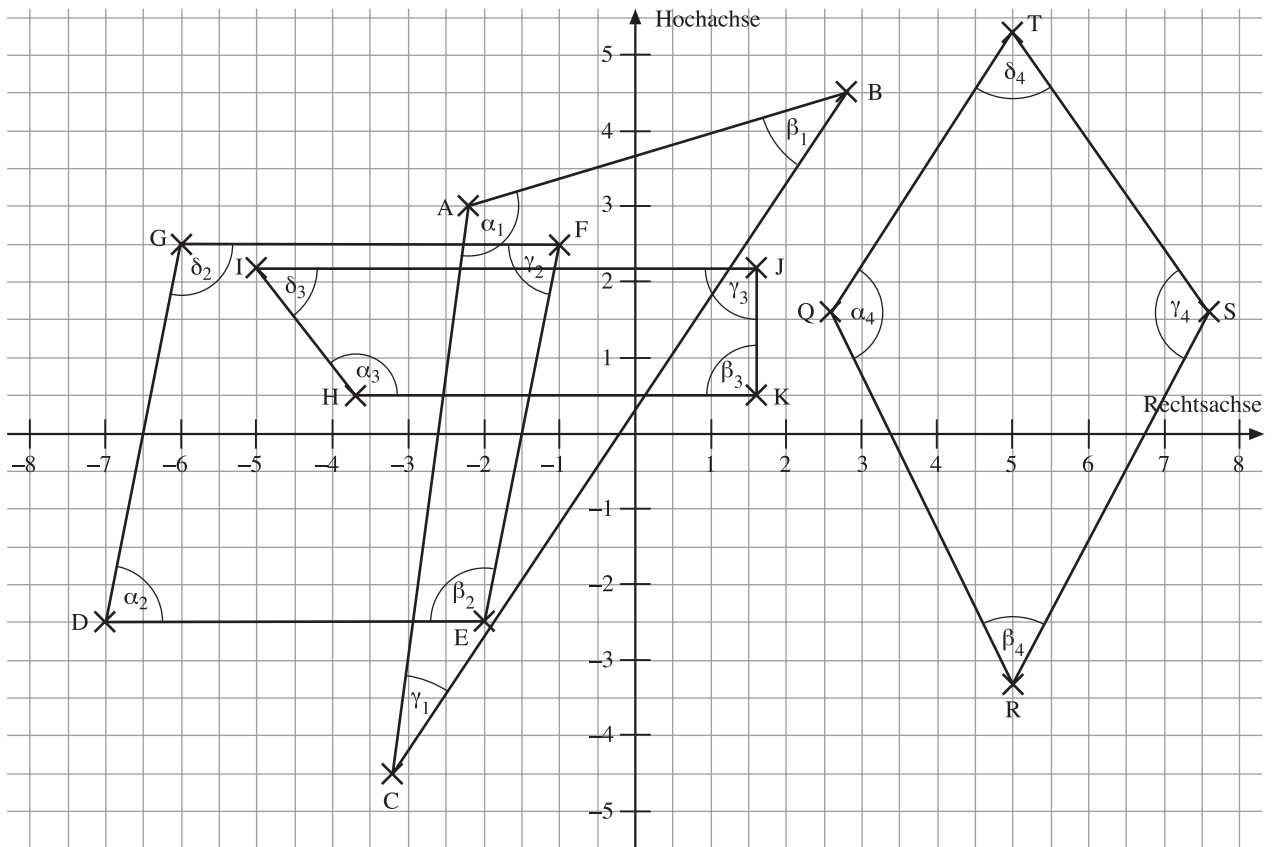
6. a) MONTAG                      b) WINTER                      c) AUGUST

**Koordinatensystem**

**28**

1. -

2.



28

2. Fortsetzung

Figur 1: Dreieck;  $\alpha_1 = 114^\circ$ ;  $\beta_1 = 40^\circ$ ;  $\gamma_1 = 26^\circ$

Figur 2: Parallelogramm;  $\alpha_2 = 79^\circ$ ;  $\beta_2 = 101^\circ$ ;  $\gamma_2 = 79^\circ$ ;  $\delta_2 = 101^\circ$

Figur 3: Trapez;  $\alpha_3 = 127^\circ$ ;  $\beta_3 = 53^\circ$ ;  $\gamma_3 = 90^\circ$ ;  $\delta_3 = 90^\circ$

Figur 4: Viereck;  $\alpha_4 = 121^\circ$ ;  $\beta_4 = 54^\circ$ ;  $\gamma_4 = 117^\circ$ ;  $\delta_4 = 68^\circ$

**Addition und Multiplikation rationaler Zahlen**

29

1. Es ergibt sich das folgende Muster:

-2	3	-14	20	8	18
4	6	-16	-36	10	-23
-1	12	2	-11	-10	17
-4	-12	16	5	-6	-5
36	-9	-30	-7	13	-3
15	-18	21	-20	0	-8

2. a)

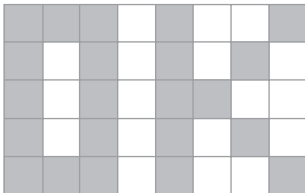
+	2,1	0,4	-1,6	-0,6
3,8	4,9	4,2	2,2	3,2
1,3	3,4	1,7	-0,3	0,7
-2,0	0,1	-1,6	-3,6	-2,6
-0,4	1,7	0	-2	-1

b)

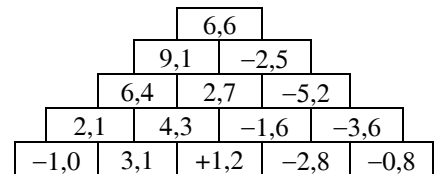
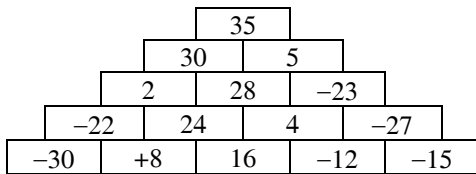
-	3,5	-0,8	-2,6	1,9
-2,3	-5,8	-1,5	0,3	-4,2
1,7	-1,8	2,5	4,3	-0,2
-1,1	-4,6	-0,3	1,5	-3
0,3	-3,2	1,1	2,9	-1,6

29

3. Es ergibt sich das folgende Muster:



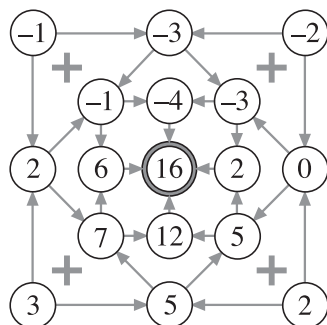
4.



**Quadratrechnen**

30

1.



2. Die Summe ist unabhängig von der Reihenfolge.

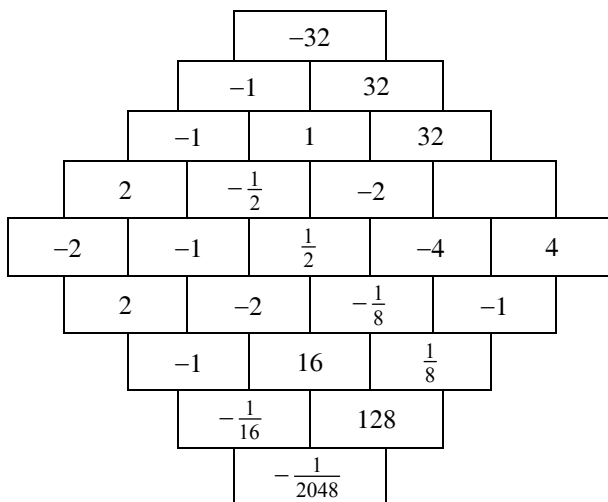
3. Sind a, d, c, d die Ausgangszahlen, dann ergibt sich für das Zentralfeld  $8(a + b + c + d)$ .

4. Alle Zahlen a, d, c, d mit  $a + b + c + d = 0$  ergeben im Zentralfeld 0.

## Multiplikation und Division rationaler Zahlen

31

1.



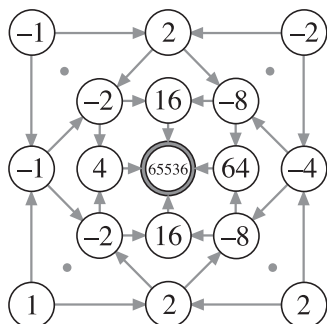
2. a)

•	-2	-4	0,1	$\frac{1}{2}$	-10
5,3	-10,6	-21,2	0,53	2,65	-53
-0,8	1,6	3,2	-0,08	-0,4	8
-11,4	-22,8	-45,6	1,14	5,7	-114
-0,1	0,2	0,4	-0,01	-0,05	1
-3,6	7,2	14,4	-0,36	-1,8	36

b)

:	-1	-4	$-\frac{1}{2}$	3	0,2
2,4	-2,4	-0,6	-4,8	0,8	12
-1	1	$\frac{1}{4}$	2	$-\frac{1}{3}$	-5
-4,2	4,2	1,05	8,4	-1,4	-21
0	0	0	0	0	0
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1	$-\frac{1}{6}$	-2,5

3. a)



b) Ja, wenn eine der Zahlen 0 ist.

32

4. a) -

b) Eine natürliche Zahl  $> 1$ , die nur durch 1 und sich selbst teilbar ist.

Der Abstand einer Zahl zur 0.

Vertauschbarkeit von Summanden bzw. Faktoren bei Addition bzw. Multiplikation.

Unabhängigkeit des Endergebnisses von der Reihenfolge der Berechnung der Zwischenergebnisse.

c) Bei einer Division teilt man den Dividenden durch den Divisor und erhält den Quotienten.

Der Divisor muss  $\neq 0$  sein.

d) Wenn der Divisor nicht Teiler des Dividenden ist, erhält man als Ergebnis keine ganze Zahl mehr.

e) Natürliche Zahlen: Addition und Multiplikation

ganze Zahlen: Addition, Subtraktion und Multiplikation

rationale Zahlen: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

Vermischte Übungen

33

1.

2	10	7	8	10	1
12	16	18	3	25	9
-16	-30	-13	2	-8	29
-5	20	-4	14	-12	18
15	-20	0	1	9	4
6	-32	23	-11	-27	-17

2. a) 1, 2, 3  
 b) -1, -2, -3  
 c)  $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}$   
 d) 0, 1, 2,  $\frac{3}{4}$

3. Wert -17:  $-13 - 4$ ; Summe aus -13 und -4  
 Wert -22:  $-2 \cdot (6 - (-5))$ ; Produkt aus -2 und der Differenz aus 6 und -5  
 Wert -0,25:  $\frac{-5+3}{(-8) \cdot (-1)}$ ; Quotient aus der Summe von -5 und 3 und dem Produkt aus -8 und -1  
 Wert -32:  $(-2)^5$ ; Basis ist -2, der Exponent 5  
 Wert 81:  $(-27 : (-3))^2$ ; Quadratzahl des Quotienten von -27 und -3  
 Wert -7:  $((-14) : (-2)) \cdot (-1)$ ; Produkt aus dem Quotienten von -14 und -2 und -1  
 Wert -64:  $(-5 - 3) \cdot \frac{-8}{-1}$ ; Produkt aus der Differenz von 5 und 3 und dem Quotienten aus -8 und -1  
 Wert -2:  $\frac{-2}{6-5}$ ; Quotient aus -2 und der Differenz aus 6 und 5

Thema: Magische Quadrate

34

1. a) In einem magischen Quadrat ist die Summe der Zahlen in jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonalen gleich groß. Die Summe wird als magische Zahl bezeichnet.  
 c) Man erhält die Zahl aus  $\frac{1}{4} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 16) = 34$ .  
 d) -  
 e) -

b)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

2. a) (1) 

-8	-7	-3
-1	-6	-11
-9	-5	-4

 (2) 

-3	-2	2
4	-1	-6
-4	0	1

 (3) 

-26	-12	-13	-23
-15	-21	-20	-18
-19	-17	-16	-22
-14	-24	-25	-11

 (4) 

10	-3	-4	7
-1	4	5	2
3	0	1	6
-2	9	8	-5
- Magische Zahl: -3
- Magische Zahl: 10

- b) -  
 c) -

35

3. a) -  
 b) (1) 

		2		
	5		3	
8		6		4
	9		7	
		10		

5	10	3
4	6	8
9	2	7

Magische Zahl: 18

35

3. b) (2)

		-8		
	-5		-7	
-2		-4		-6
	-1		-3	
		0		

-5	0	-7
-6	-4	-2
-1	-8	-3

Magische Zahl: -12

4. a) -  
b)

		n		
	n+3		n+1	
n+6		n+4		n+2
	n+7		n+5	
		n+8		

n+3	n+8	n+1
n+2	n+4	n+6
n+7	n	n+5

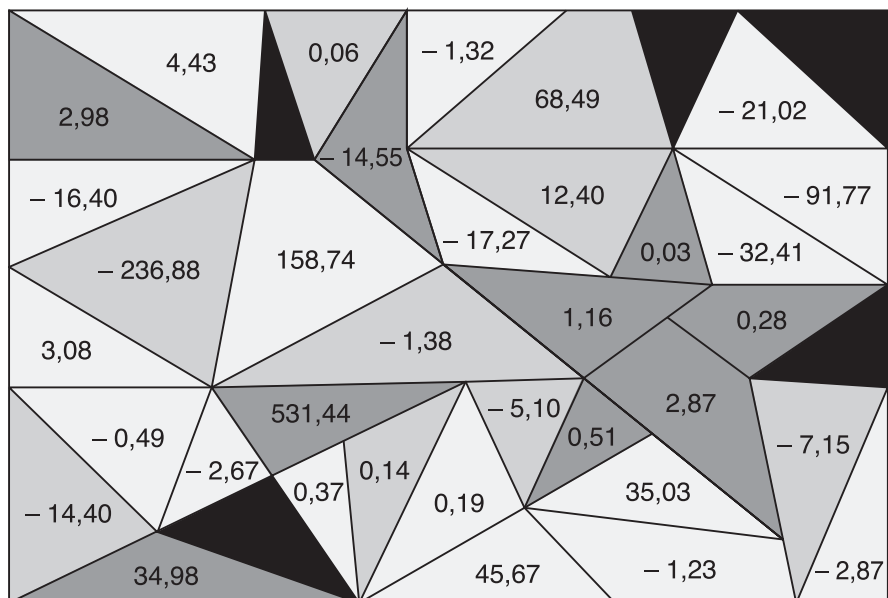
Magische Zahl:  $3n + 12$ 

- c) (1) Bei Vertauschung von Zeilen oder Spalten untereinander geht die Eigenschaft in den Diagonalen verloren.  
(2) Durch Verdoppelung, Halbierung und Verzehnfachung der Zahlen erhält man wieder ein magisches Quadrat.

### Berechnungen mit dem Taschenrechner

36

1.



## 5. Zufall und Wahrscheinlichkeit

### Ergebnisse und Ereignisse

**37**

1. 1. Nein  
2. Nein  
3. Nein  
4. Ja: Zahl, Kopf  
5. Ja: Ergebnisse: alle möglichen Lottozahlen  
6. Ja: Zeit bis die Türen geschlossen werden  
7. Ja: Da Auftreffpunkte auf der Dartsscheibe  
8. Nein  
9. Nein  
10. Nein
2. a) (1) WZZ; ZWZ; ZZW  
(2) WWZ; WZW; ZWW  
(3) WZZ; ZWZ; ZZW; ZZZ  
(4) WWZ; WZW; ZWW  
(5) WWW; WWZ; WZW; ZWW; WZZ; ZWZ; ZZW; ZZZ  
b) (1) 0 oder mindestens 3-mal Wappen  
(2) Höchstens 1 oder 3-mal Wappen  
(3) Höchstens einmal Zahl  
(4) Mindestens 3-mal Wappen  
(5) Weder Zahl noch Wappen
3. Eigenes Geschick: Schach, Flipper, Frisbee, Halma, Mühle  
Zufall: Lotto, Lose  
Geschick und Zufall: Skat, Scrabble, Dosenwerfen

### Zufällige Ereignisse und deren Wahrscheinlichkeit

**38**

1. a) 50 gelbe Gummibärchen      b) weiß      c) 20      d) 13
2. Station 1: Für das dritte oder vierte. Dort sind die Gewinnchancen mit  $\frac{1}{2}$  am größten.  
Station 2: Für den Dodekaeder. Die Gewinnchance ist  $\frac{1}{4}$  im Gegensatz zu  $\frac{1}{5}$  beim Dekader.  
Station 3: Die Gewinnchance ist  $\frac{1}{2}$ .  
Station 4: Münze: Kopf oder Zahl; Streichholzschachtel: große Seite.  
Wenn man verlieren will: Münze: Rand; Streichholzschachtel: kleine Seite.

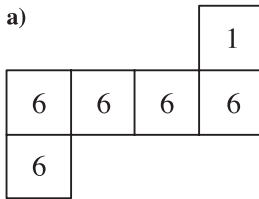
**39**

3. a) 8; 12; 0; 12; 4; 0; 0  
b) Das Spiel ist nicht fair, denn Hannah gewinnt mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{8}{64} = 0,125$  gegenüber  $\frac{4}{64} = 0,06125$ .  
c) -

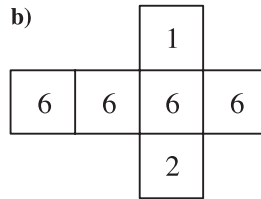
39

4. a)  $\frac{0}{8} = 0\%$ : Würfeln einer 3 und einer 1  
 $\frac{1}{8} = 12,5\%$ : Würfeln einer 5  
 $\frac{2}{8} = 25\%$ : Würfeln einer 3 oder 1; Würfeln einer Quadratzahl  
 $\frac{3}{8} = 37,5\%$ : Würfeln von mindestens der Augenzahl 6  
 $\frac{4}{8} = 50\%$ : Würfeln einer Primzahl; Würfeln einer geraden Zahl  
 $\frac{5}{8} = 62,5\%$ : Würfeln einer Zahl größer als 3  
 $\frac{6}{8} = 75\%$ : Würfeln einer Zahl zwischen 1 und 8
- b)  $\frac{7}{8} = 87,5\%$ : Würfeln einer Zahl kleiner als 8

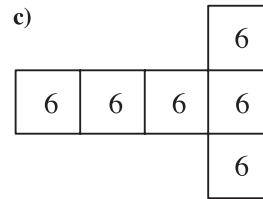
5. a)



b)



c)



**Thema: „CENTFUCHSER“ – ein Spiel für Ausgeschlafene**

40

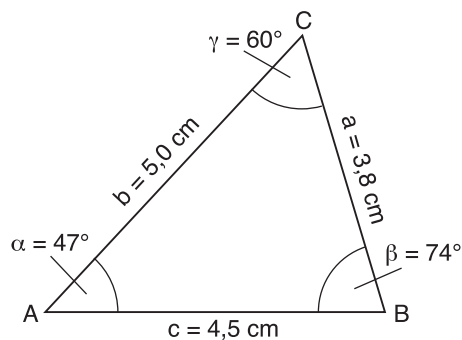
Der 7er-Turm hat die höchste Gewinnchance:  
 Rangliste: 7; 8 und 6; 9 und 5; 10 und 4; 11 und 3; 12 und 2  
 Fair z. B. nur mit einem Würfel würfeln.

## 6. Dreiecke und Vierecke

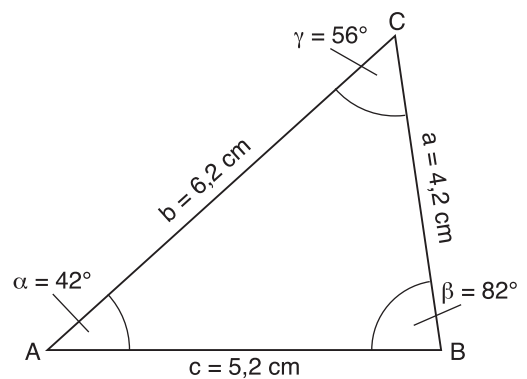
### Kongruenzsätze

41

1. a) Kongruenzsatz: sss

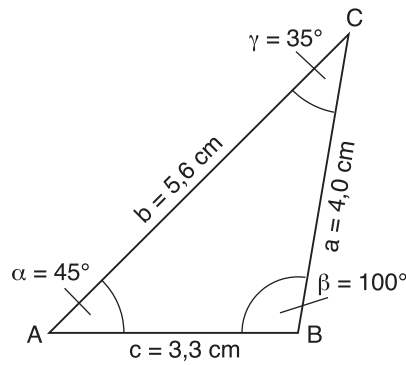


b) Kongruenzsatz: sws

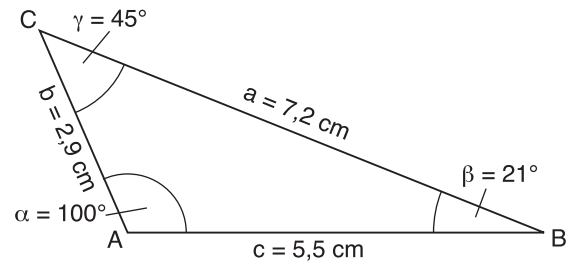


41

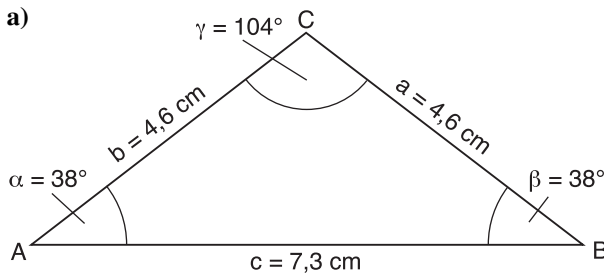
1. c) Kongruenzsatz: wsw



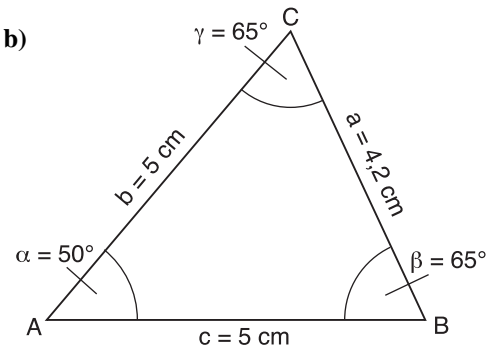
d) Kongruenzsatz: Ssw



2. a)



b)



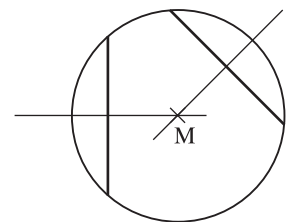
**Kreis und Gerade**

42

1. Lösungswort: LANGSTRUMPF

Name	Beispiel
Durchmesser	$\overline{DF}$
Radius	$\overline{DM}$ ; $\overline{MF}$
Sekante	$\overline{GE}$ ; $\overline{GH}$
Tangente	$\overline{AB}$ ; $\overline{AC}$
Passante	$\overline{BC}$
Sehne	$\overline{EG}$ ; $\overline{DF}$ ; $\overline{GH}$

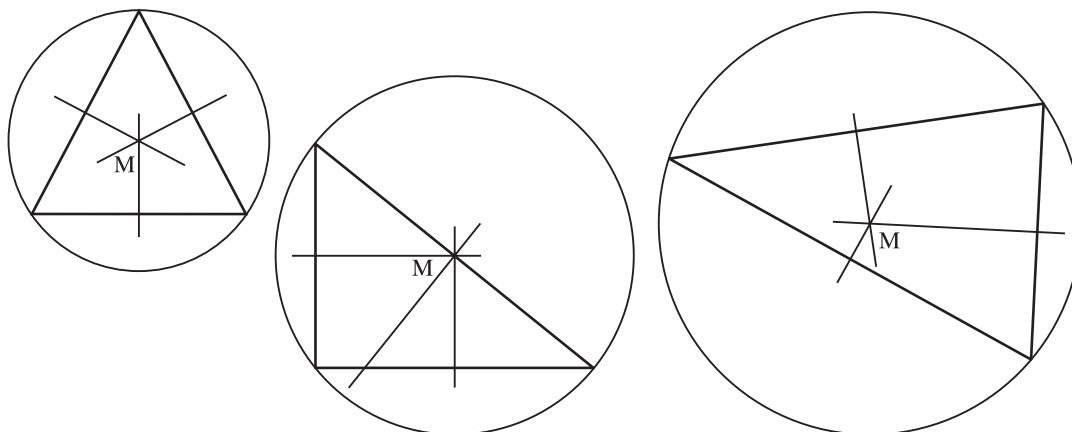
3. Die Löcher müssen durch die Mittelpunkte der Kreise gebohrt werden. Dann zeichnet man zwei Sehnen eines Kreises, die nicht zueinander parallel sind. Die Mittelsenkrechten der beiden Sehnen schneiden sich im Kreismittelpunkt.



### Inkreis und Umkreis

43

1.



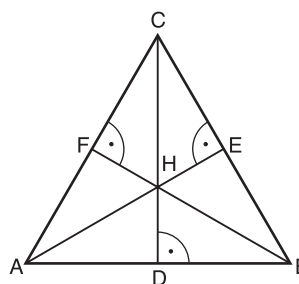
Die Mittelsenkrechten der drei Dreieckseiten schneiden sich in einem Punkt, dem Mittelpunkt des Umkreises.

2. a) Kreise um Dortmund, Paderborn, Bielefeld
- b) Alle, z. B. Soest, Paderborn, Bielefeld.
- c) Der Flugplatz muss im Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks Dortmund, Bielefeld, Paderborn gebaut werden.
- d) Schnitt der Mittelsenkrechten der Seiten; ungefähr bei Lippstadt.

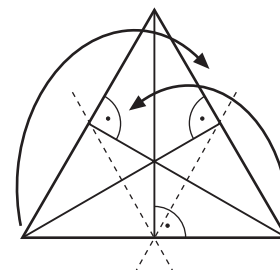
### Falten von Dreiecken und Vierecken

44

1. Durchmesser
2. Gleichseitiges und spitzwinkliges; 25,8 cm, 32,25 cm<sup>2</sup>
3. Höhen, Seitenhalbierenden, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden, 3 Symmetrieachsen
4. AHF; FHC; CHE; HBE; ADH; DBH; DBC;  
ADC; AEC; ABE; FBC; ABF  
12 rechtwinklige Dreiecke  
kongruent: z. B. AHF; FHC oder ADH;  
CHE oder ABE; FBC



5. Gleichschenkliges Trapez;  $u \approx 43$  cm;  
 $A = \frac{a+b}{2} \cdot h \approx 96,2$  cm<sup>2</sup>
6. Man faltet zwei Ecken so um, dass sie auf dem jeweils gegenüberliegenden Höhenfußpunkt liegen.



44

7. Rechteck: Ausgehend von dem Kreis mit den sechs Punkten auf der Kreislinie faltet man so, dass der Kreisabschnitt zwischen zwei Punkten abgeknickt wird, gegenüber verfährt man genauso, entsprechend werden die Kreisabschnitte zwischen den so entstandenen Ecken abgeknickt.  
 rechtwinkliges Trapez: Man faltet drei Seiten eines Rechtecks, die vierte Seite kann beliebig „schräg“ gefaltet werden.  
 Quadrat: Man faltet den Kreis zu einen Halbkreis und dann zu einen Viertelkreis. Faltet man ihn wieder auf, so sind auf der Kreislinie vier Punkte; man faltet zwischen jeweils zwei benachbarten Punkten die Kreisabschnitte nach hinten.

45

8. -
9. a) Durchmesser  
 b) Drache  
 c) Diagonalen, rechtwinklig,  $u \approx 55 \text{ cm}$ ,  $A = \frac{e \cdot f}{2} = 180 \text{ cm}^2$ , 4 Dreiecke  
 Es treten rechtwinklige und gleichschenklige Dreiecke auf.

10. a)

Anzahl der Teile	2	4	8	12
Größe der Winkel	180°	90°	45°	30°

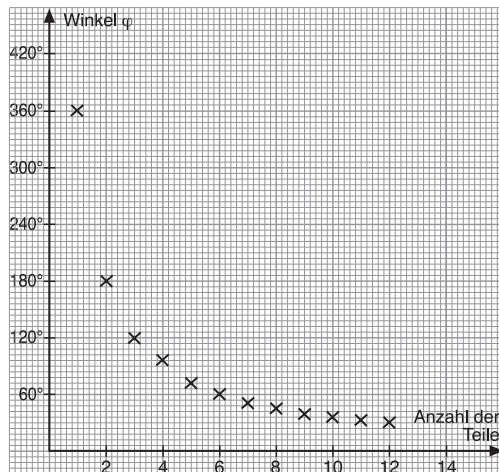
b) Mittelpunktswinkel 60°

Anzahl der Teile	3	5	7	9	11
Größe der Winkel	120°	72°	≈ 51,4°	40°	≈ 32,7°

c)

Anzahl der Teile	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Winkel $\varphi$	360°	180°	120°	90°	72°	60°	≈ 51,4°	45°	40°	36°	≈ 32,7°	30°

Es handelt sich um eine indirekt proportionale Zuordnung.



**Thema: Zentrum der EU**

46

1. -
2. Kleinmaisheid – Mittelpunkt der EU nach dem 1. 5. 2004  
 Viroinval – Mittelpunkt der EU vor der Erweiterung  
 Tirschenreuth – Mittelpunkt Europas bis 1989  
 Purnuskes – Mittelpunkt Europas seit 1989
3. -
4. -

## Mind-Map

48 Keine Lösung.

## 7. Terme und Gleichungen

## Terme

49

1.  $\frac{x}{2}$ ;

10 vermindert um das Quadrat einer Zahl;

$18 - 2x$ ;

Das Fünffache der Summe aus einer Zahl und 8;

Das Vierfache einer Zahl, vermindert um 1;

$\frac{x+y}{x-y}$ ;

$3 \cdot (-3 + x)$ ;

Das Produkt aus der Summe einer Zahl mit Zwölf und der Differenz aus Drei und der gleichen Zahl.

2. (1)  $x - 2$ ;  $x$  Anzahl der Mädchen (2)  $2 \cdot b$ ;  $b$  Gewicht der kleinen Schwester  
 (3)  $a + 2$ ;  $a$  Gewicht der gestrigen Tasche (4)  $4 \cdot s$ ;  $s$  Alter von Anke  
 (5)  $1,5s + 2$ ;  $s$  Anzahl der Kilometer

3.  $\frac{1}{3}x$ ;  $x - \frac{2}{3}x$ ;  $\frac{1}{3} \cdot x$ ;  $\frac{x}{3}$

50

4. a)  
 b)  $a - b$   
 c)  $\frac{a}{2}$   
 d) Die Summe des 3fachen einer und des 3fachen einer anderen Zahl.  
 e) Das Quadrat einer Zahl.  
 f)  $a - 0,1$   
 g) -  
 h) Differenz einer Zahl und dem Vielfachen einer anderen.  
 i)  $(a + b)^2$   
 j)  $a^2 + b^2$

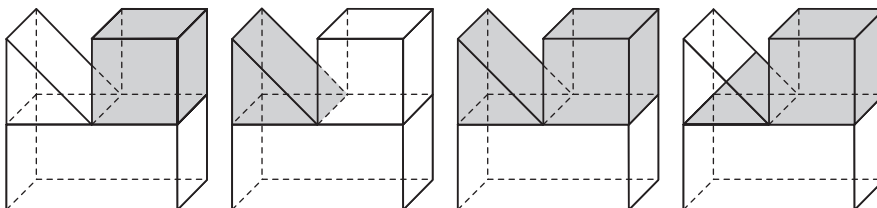
5. a) (1) wahr (2) wahr (3) wahr (4) wahr (5) falsch;  $4y - \frac{u}{4}$   
 b) (1) 16 cm (2) 3,5 cm (3) 0,875 cm (4) 6,5 cm (5) 3,8 cm

51

6. a) I:  $6 + 2(a - b)$  II:  $12 + 2(a - b)$  III:  $12 + 2b$  gesamt:  $18 + 2a$   
 b) I:  $34 - 2b$  II:  $2(b + c)$  III:  $17 + 2(a - c)$  gesamt:  $24 + 2a$

7. a)  $\frac{7}{8}a^2c$

b)





### Kompetent im Probleme erfassen, erkunden und lösen

56

- 1 · 2 Punkte; 2 · 3 Punkte; 3 · 4 Punkte ...  
Term  $n \cdot (n + 1)$
2. ganz oft würfeln und schauen, ob die Zahlen annähernd gleich häufig vorkommen.
3. Die Strategie ist durch das Aufschieben des Zusammenfassens unübersichtlich und birgt Fehlerquellen.

$$7x - 3 - 5x - 2 = 4x - 2 - 3x \quad | \text{Termumformung}$$

$$2x - 5 = x - 2 \quad | -x$$

$$x - 5 = -2 \quad | +5$$

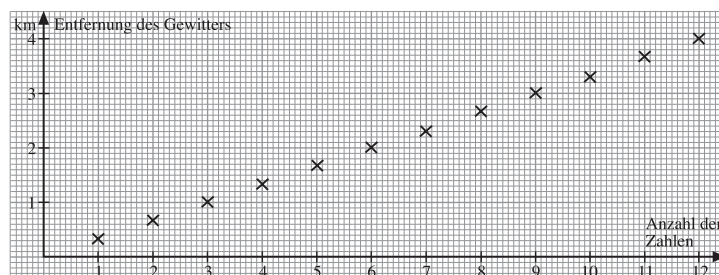
$$x = 3$$

4. Term:  $y = \frac{1}{3}x$

Tabelle:

Anzahl der Zahlen	1	2	3	4	5	6	9	12
Entfernung (in km)	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	2	3	4

Graph:



### Kompetent im Verwenden von Werkzeugen

57

1. Mögliche richtige Anzeigen: 11 400 000; 11 400 000.00;  $1.140 \times 10^7$
2. a) Spalte B: 5,95; 6,25; 6,55; 6,85; 7,15; 7,45  
b)  $A3 = A2 + 0,2$   
c)  $(3 + A2) * 5$ ;  $(A2 - 8) \wedge 3 + \frac{1}{2} * A2$
3. Das Dreieck ist auf jeden Fall gleichschenkelig, aber nicht notwendig gleichseitig oder rechtwinklig.
4. 1. Markiere einen Punkt.  
2. Schlage einen Kreis mit Radius 5 cm um den Punkt.  
3. Markiere zwei Punkte auf dem Kreis.  
4. Schlage um jeden der Punkte einen Kreis mit Radius 5 cm.  
5. Markiere den weiteren Schnittpunkt.  
6. Verbinde die vier Punkte.

### Kompetent in Arithmetik und Algebra

58

1.  $4 + (-17) = -13$ ;  $(-\frac{3}{4}) \cdot (-12) = 9$ ;  $(-4) \cdot (13 - 4^2) = 12$ ;  $4 \cdot (-17) = -68$ ;  $4 - (-17) = 21$ ;  
 $(-18) - 7 \cdot (-2) = -4$ ;  $(-3)^2 - 11 = -2$ ;  $17 : (-4) = -\frac{17}{4} = -4,25$ ;  $(-5 + 4)^7 = -1$ ;  
 $(-3)^3 - 6 \cdot (5 - 9\frac{1}{2}) = -27 - 6 \cdot (-4,5) = 0$ ;  $-4 - 7 + 2 = -9$   
NICHT HETZEN

58

$$2. \text{ a) } -15 : (-5) \cdot 3 - [12 \cdot (3 - 4^2) + (-2) : (-1)] = 3 \cdot 3 - [12 \cdot (-13) + 2]$$

$$= 9 - [-156 + 2] = 9 - 154 = 163$$

$$\text{b) } \frac{-3 \cdot (-2)^3 - 3^2 \cdot (-2)}{-4 + (-2) \cdot [3^2 - (-2)^2]} = \frac{-3 \cdot (-8) - 9 \cdot (-2)}{-4 - 2 \cdot [9 - 4]} = \frac{-24 - (-18)}{-14} = \frac{42}{-14} = -3$$

$$3. \text{ a) } 3x^2 = x(x \cdot 3) = x^2 + 2x^2$$

$$x + y + (x - y) = 2x = -3x - (-5x)$$

$$x \cdot 2y = 2xy = x^3 \cdot (y + y) : x^2 = y(5x) - (3y) \cdot x \quad 2xy = -4$$

$$y \cdot (3x - 2x) = xy \quad xy = -2$$

$$5y \cdot (xy) \cdot 2y^2 \cdot 2x = x^3 y \cdot y : x^2 = xy^2 \quad xy^2 = 2$$

$$\text{b) } 3x^2 = 12$$

$$2x = 4$$

$$2xy = -4$$

$$xy = -2$$

$$xy^2 = 2$$

4. Zylinder entspricht x

$$2x + 3 = 11$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$4x + 1 = x + 10$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Kugel entspricht x

$$2 + 3x = 11x$$

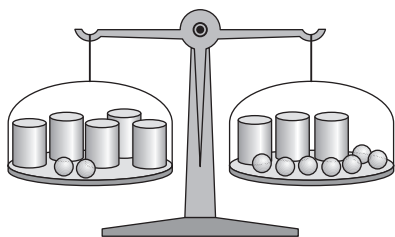
$$2 = 8x$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$4 + x = 1 + 10x$$

$$3 = 9x$$

$$x = \frac{1}{3}$$



### Kompetent in Geometrie

59

1. a) -

b)  $\alpha, \delta; \epsilon, \beta$ 

2. a) (1) Drachen

(2) Rechteck

b) Quadrat (4)

c) Quadrat, Raute, Rechteck

d) Parallelogramm

3. a) 3

b) sss, sws, Ssw, wsw

c) Weil das entstehende Dreieck nur bis auf Streckungen und Stauchungen eindeutig ist.

4. Verbinde die Punkte zu einem Dreieck. Suche den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.

### Kompetent bei Funktionen

60

1. a) antiproportionale Zuordnung

b) Nein, halbe Helfer gibt es nicht.

c) Anzahl der Helfer	1	3	5	6	8
Dauer (in min)	120	40	24	20	15

d) Nein, da die Helfer sich gegenseitig behindern würden.

60

2. a) und b)

Badewanne	
4	10
8	20
10	25
30	75
1	2,5

proportional  
je mehr desto mehr

Im Supermarkt	
3 kg	5 €
6 kg	10 €
10 kg	16,66 €
15 kg	25 €
0,6 kg	1 €

proportional  
je mehr desto mehr

Kiesgrube	
8	60
10	48
20	24
1	480
4,8	100

antiproportional  
je mehr desto weniger

Taxifahrt	
15	13
20	16
30	22
10	10
43,33	30

je mehr desto mehr

Benzin im Tank	
100	50
200	42
300	34
400	26
725	0

je mehr desto weniger

Lebensmittelvorrat	
12 P.	3 Tage
4 P.	9 Tage
1 P.	36 Tage
24 P.	1,5 Tage
36 P.	1 Tag

antiproportional  
je mehr desto weniger

c) -

3. 20; 1 280; 3 (%); 60 (%); 50 (%); 12,5 (%); 1 248

### Kompetent bei Zufall und Wahrscheinlichkeiten

61

1. a) Ein Tetraeder

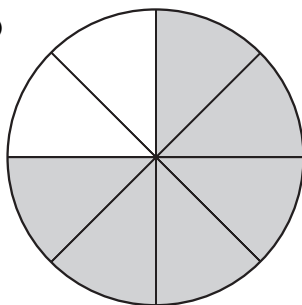
b) Die Zahlen 1 bis 4; bei 5 und 6 nochmal würfeln.

2. a) Mit etwa 40 %.

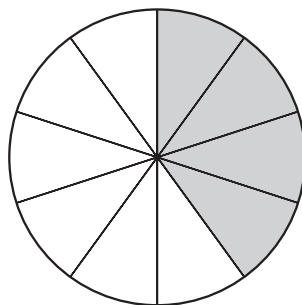
b) 2; 3; 4; 6; 18

3. a)  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{5}{8}$ ;  $\frac{1}{2}$ 

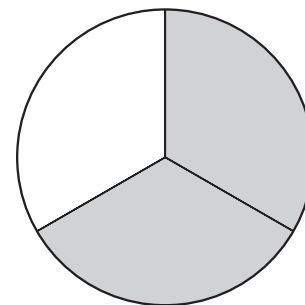
b)



P = 0,75



P = 0,4

P =  $\frac{2}{3}$ 

### Abschlusstest

62

1. antiproportional;  $\frac{14}{4}$       weder noch      proportional: 4      antiproportional:  $\frac{51}{2}$ 

2. 5 000

3. 1,95 kg, also besser 2.

4. 60°: nein; 180°: Dreieck; 270°: nein; 360°: 4-Eck; 450°: nein; 540°: Fünfeck

5. ja: sss

ja: sws

nein: nur Winkel

2 Dreiecke nach Ssw

63

- 6. 60 %; 320; 200
- 7. 12 ‰ von  $\frac{3}{250}$
- 8.  $817 \cdot \frac{100}{95}$ ;  $817 : \frac{95}{100}$
- 9. rechtwinklig
- 10. gleichseitig
- 11. Parallelogramm, Raute
- 12. Durchmesser, Sehne, Sekante
- 13.  $\frac{3}{4}$
- 14.  $a^3 \cdot (b + b)$ ,  $(b + b) \cdot (a \cdot a \cdot a)$

**Kreuzwörterrätsel**

64

The crossword puzzle contains the following words:

- Vertical words:** TANG, UML, SEKANTE, NEGATIV, BASIS, GRUNDWERT, HYPASSANTE, TRAPEZ, EXPONENTIAL, WINKEL, TETRAEDER, AEQUIVALENT.
- Horizontal words:** KOORDINATENSPRUNG, BRUCHZAHL, PROMILLE, LAPLACE-EXPERIMENT, SEKANTE, NEGATIV, BASIS, GRUNDWERT, HYPASSANTE, TRAPEZ, EXPONENTIAL, WINKEL, TETRAEDER, AEQUIVALENT.